الكسور والعمليات عليها -1-

1) القسمة الإقليدية:

1.1 القسمة الإقليدية:

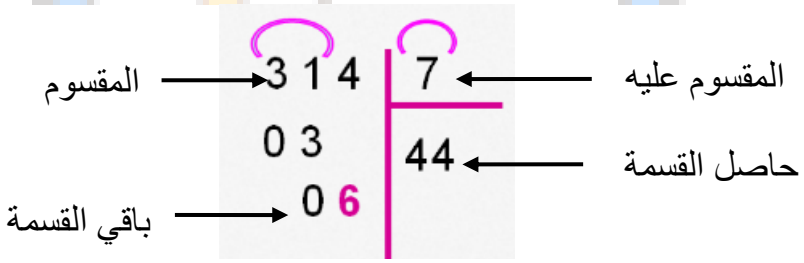
قاعدة:

إجراء القسمة الإقليدية للعدد الطبيعي a على العدد الطبيعي غير المعدوم b $(b \neq 0)$ معناه إيجاد عددين طبيعيين q و r $(0 \leq r < b)$ حيث: $a = q \times b + r$.

a هو المقسوم، b هو المقسوم عليه، q هو حاصل القسمة و r باقي القسمة.

عندما يكون $r = 0$ نقول إن a يقبل القسمة على b. ونقول أيضا إن a مضاعف للعدد b.

مثال:



ونعبر عن ذلك بالكتابة التالية: $314 = (44 \times 7) + 6$.

1.2 حصر حاصل القسمة:

قاعدة:

عند إجراء القسمة الإقليدية للعدد الطبيعي a على العدد الطبيعي غير المعدوم b $(b \neq 0)$، نتحصل على: $a = (q \times b) + r$. عندما يكون $r \neq 0$، نقول إن: $\frac{a}{b}$ هي القيمة المضبوطة لحاصل القسمة.

❖ بما أن q هو أكبر عدد طبيعي إذا ضربناه في b نتحصل على عدد أقرب ما يمكن من a وأصغر منه، نقول إن: q هي قيمة تقريبية إلى الوحدة بالنقصان لحاصل القسمة، و $q+1$ هي قيمة تقريبية إلى الوحدة بالزيادة لحاصل القسمة، أي: $q < \frac{a}{b} < q+1$.

ملاحظة:

❖ يمكننا إيجاد حصر أفضل من هذا الحصر لـ $\frac{a}{b}$ وذلك باستعمال قيمتين مقرّبتين إلى $\frac{1}{10}$ $(0,1)$ أو $\frac{1}{100}$ $(0,01)$ بالزيادة والنقصان لحاصل القسمة $\frac{a}{b}$.

مثال:

عندما أجرينا القسمة الإقليدية للعدد 314 على 7 وجدنا الحاصل 44 والباقي 6.

❖ نلاحظ أن القسمة غير منتهية لأن $314 \div 7 = 44,8571...$، ومنه فإن حاصل قسمة 314 على 7 ليس له كتابة عشرية مضبوطة، ولا يمكننا سوى إعطاء قيم عشرية مقرّبة.

❖ $\frac{314}{7}$ هي القيمة المضبوطة لحاصل القسمة، ولدينا: $44 < \frac{314}{7} < 45$ أي أن: 44 هي القيمة التقريبية إلى الوحدة بالنقصان لحاصل قسمة $314 \div 7$، و45 هي القيمة التقريبية إلى الوحدة بالزيادة لحاصل قسمة $314 \div 7$.

❖ $44,8 < \frac{314}{7} < 44,9$ هو حصر باستعمال قيمتين مقرّبتين إلى $\frac{1}{10}$ أو 0,1 لحاصل قسمة $314 \div 7$، و $44,85 < \frac{314}{7} < 44,86$ هو حصر باستعمال قيمتين مقرّبتين إلى $\frac{1}{100}$ أو 0,01 لحاصل قسمة $314 \div 7$.

1.3 الكتابة الكسرية لحاصل القسمة:

قاعدة:

الكتابة الكسرية لحاصل قسمة a على b $(b \neq 0)$، هي: $\frac{a}{b}$ وتسمى نسبة a إلى b.

❖ عندما يكون a أو b عددين غير صحيحين فإن $\frac{a}{b}$ لا يسمى كسرا، بل يسمى كتابة كسرية لـ $\frac{a}{b}$.

❖ $\frac{a}{b}$ هو العدد الوحيد الذي إذا ضربناه في b نتحصل على a.

❖ الكسر $\frac{a}{b}$ لا يكون دائما عشريا، فقد تكون القسمة العشرية غير منتهية.

أمثلة:

❖ القول إن الطفل أكل $\frac{3}{8}$ من الحلوى معناه أنه إذا قسمنا الحلوى إلى 8 أجزاء فإن الطفل قد أكل 3 أجزاء منها.

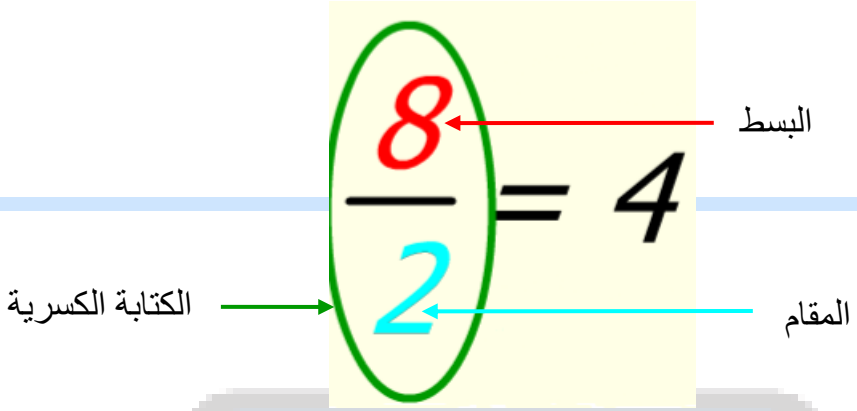
❖ $2 \div 8$ هي الكتابة الخطية لحاصل قسمة 8 على 2، بينما $\frac{8}{2}$ هي الكتابة الكسرية لحاصل قسمة 8 على 2.

❖ $\frac{8}{2}$ هو كسر بينما $\frac{2,1}{5}$ ليس كسرا لأن 2,1 ليس عددا صحيحا، ومنه فإن $\frac{2,1}{5}$ هو كتابة كسرية لـ $\frac{2,1}{5}$.

❖ $10 = \frac{10}{15} \times 15$ أي أن $\frac{10}{15}$ هو العدد الوحيد الذي إذا ضربناه في 15 نتحصل على 10.

❖ نلاحظ أن حاصل قسمة $\frac{2,1}{5}$ هو عدد عشري $\frac{2,1}{5}=0,42$، بينما حاصل قسمة $\frac{5}{3}$ هو $\frac{5}{3}=1,6666...$،

أي أن القسمة غير منتهية.



1.4 كتابات كسرية لعدد:

قاعدة:

كل عدد طبيعي أو عشري له عدة كتابات كسرية:

❖ كل عدد طبيعي أو عشري يمكن كتابته على شكل كسر مقامه 1.

❖ لا تتغير الكتابة الكسرية لعدد إذا ضربنا (قسمنا) حديه (البسط والمقام) في نفس العدد غير المعدوم. أي من أجل $b\neq 0$ و $k\neq 0$ لدينا: $\frac{a\times k}{b\times k}=\frac{a}{b}$ و $\frac{a\div k}{b\div k}=\frac{a}{b}$.

❖ كل عدد عشري يكتب على شكل كسر مقامه 10 أو 100 أو 1000.....الخ، وذلك بضرب حديه (البسط والمقام) في 10 أو 100 أو 1000.....الخ.

أمثلة:

❖ لدينا الكسر $\frac{15}{12}$، ويمكن كتابته كتابة كسرية كما يلي: $\frac{15}{12}=\frac{15\div 2}{12\div 2}=\frac{7,5}{6}$.

❖ لدينا الكتابة الكسرية $\frac{1,99}{0,12}$، ويمكن كتابتها كسرا كما يلي: $\frac{1,99}{0,12}=\frac{1,99\times 100}{0,12\times 100}=\frac{199}{12}$.

❖ لدينا:

$$0,246=\frac{0,246}{1}=\frac{246}{1000}=\frac{246\div 2}{1000\div 2}=\frac{123}{500}$$

كل هذه الكتابات تمثل نفس العدد.

ملاحظة:

لتبسيط كسر أو كتابة كسرية، يجب معرفة جداول الضرب ومعايير القسمة على 2، 3، 5، ....الخ.