درس الأعـداد والحساب ـالجزء 3ـ

Latreche MIFA

2. القوى الصحيحة:

قاعدة:

a عدد حقيقي كيفي و n عدد طبيعي غير معدوم. نسمي القوة ذات الرتبة n للعدد الحقيقي a، العدد a^n حيث: $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots\dots \times a}_{n \text{ مرة}}$.

خواص:

- من أجل كل $a \in \mathbb{R}^*$ و $n \in \mathbb{N}^*$ لدينا: $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.
- من أجل كل $a \in \mathbb{R}^*$ لدينا: $a^0 = 1$. من أجل كل $a \in \mathbb{R}$ لدينا: $a^1 = a$.
- a و b عددان حقيقيان غير معدومين، m و n عددان نسبيان، لدينا:

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ و $(a^n)^m = a^{n \times m}$ و $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$،

و $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ و $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

- من أجل كل $a \in \mathbb{R}^+$ لدينا: $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$.
- من أجل كل $a \in \mathbb{R}^*$ و $n \in \mathbb{N}^*$ لدينا: $a^n \times a^{-n} = a^0 = 1$.
- من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ لدينا:
  - إذا كان n زوجيا، فإن: $(-1)^n = 1$.
  - إذا كان n فرديا، فإن: $(-1)^n = -1$.

Latreche MIFA

أمثلة:

- $2^4=2\times2\times2\times2=16$. $(-3)^3=(-3)\times(-3)\times(-3)=-27$.
- $2^{-4}=\frac{1}{2^4}=\frac{1}{16}$. $(-3)^{-3}=\frac{1}{(-3)^3}=-\frac{1}{27}$.
- $5^2\times5^4=5^{2+4}=5^6$. $\frac{3^6}{3^4}=3^{6-4}=3^2=9$.
- $4^5\times3^5=(4\times3)^5=12^5$. $\frac{5^7}{6^7}=\left(\frac{5}{6}\right)^7$.
- $\left(2^4\right)^3=2^{4\times3}=2^{12}$.

Latreche MIFA

3. الجذور التربيعية:

قاعدة:

ليكن a عددا حقيقيا موجبا. نسمي الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a، العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a، ونرمز إليه بـ: $\sqrt{a}$.

خواص:

- من أجل كل $x \in \mathbb{R}^+$ لدينا: $\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$ و $\sqrt{x} \geq 0$.
- من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا: $\sqrt{x^2} = |x|$ ومنه إذا كان $x \geq 0$ فإن: $\sqrt{x^2} = x$ ، وإذا كان $x < 0$ فإن: $\sqrt{x^2} = -x$.
- من أجل كل $x \in \mathbb{R}^+$ و $y \in \mathbb{R}^+$، لدينا: $\sqrt{x} \times \sqrt{y} = \sqrt{xy}$.
- من أجل كل $x \in \mathbb{R}^+$ ؛ $y \in \mathbb{R}^+$ و $y \neq 0$، لدينا: $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$.
- من أجل كل $x \in \mathbb{R}^+$ و $y \in \mathbb{R}^+$، لدينا: $\sqrt{x} = \sqrt{y} \Leftrightarrow x = y$.
- لكل عدد حقيقي موجب a يوجد عددان حقيقيان مربعهما يساوي a هما:

$$\begin{cases} \left(\sqrt{a}\right)^2 = a \\ \left(-\sqrt{a}\right)^2 = a \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt{a} \ ; \ \sqrt{a}$$

- من أجل كل $x \in \mathbb{R}^+$ و $y \in \mathbb{R}^+$، لدينا: $\sqrt{x} + \sqrt{y} \neq \sqrt{x+y}$.

أمثلة:

- $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$ ، $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ ، $\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{15}$
- $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{\frac{6}{2}} = 2\sqrt{3}$ ، $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$ ، $\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2$

Latreche MIFA