الدوال العددية

I. تذكير حول الدوال:

1. الدالة ومجموعة تعريفها:

D جزء من مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

إذا كانت D هي مجموعة تعريف الدالة f، فإن f ترفق بكل عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا وحيدا نرمز له بـ f(x) ويسمى صورة x بالدالة f.

نرمز للدالة f بما يلي: $f : D \to \mathbb{R}$

$x \to f(x)$

مجموعة تعريف دالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي يكون من أجلها حساب f(x) ممكنا.

أمثلة:

- مجموعة تعريف الدالة $f : x \to x^2$ هي $D = \mathbb{R}$.
- مجموعة تعريف الدالة $f : x \to \sqrt{x}$ هي $D = \mathbb{R}^+$.
- مجموعة تعريف الدالة $f : x \to \dfrac{1}{x}$ هي $D = \mathbb{R}^*$.

كيفية تعيين مجموعة التعريف:

- إذا كانت الدالة تحتوي على جذر تربيعي، يجب أن تكون العبارة داخل الجذر موجبة لكي نتمكن من حساب الصور. إذن من أجل $f : x \to \sqrt{g(x)}$، نبدأ بحل المتراجحة $g(x) \geq 0$.

مجموعة التعريف تكون عندئذ مجموعة حلول هذه المتراجحة.

- إذا كانت الدالة تحتوي على كسر، يجب أن يكون المقام غير معدوم لكي نتمكن من حساب الصور.

إذن من أجل $f : x \to \dfrac{g(x)}{h(x)}$، نبدأ بحل المعادلة $h(x) = 0$.

مجموعة التعريف تكون عندئذ مجموعة الأعداد الحقيقية ماعدا حلول هذه المعادلة.

أمثلة:

- من أجل: $g : x \to \sqrt{14 - 7x}$، نحل المتراجحة $14 - 7x \geq 0$. نجد $x \leq 2$، ومنه فإن: $D =]-\infty, 2]$.
- من أجل: $f : x \to \dfrac{3}{2x - 8}$، نحل المعادلة $2x - 8 = 0$. نجد $x = 4$، ومنه فإن: $D_f =]-\infty, 4[\cup]4, +\infty[$، أو $D_f = \mathbb{R} - \{4\}$.

طريقة:

لتعيين صورة عدد α بدالة f معرفة بدستور، نقوم بحساب $f(\alpha)$. أما لتعيين السوابق الممكنة لعدد حقيقي β، نقوم بحل المعادلة ذات المجهول x: $f(x)=\beta$.

2. التمثيل البياني لدالة:

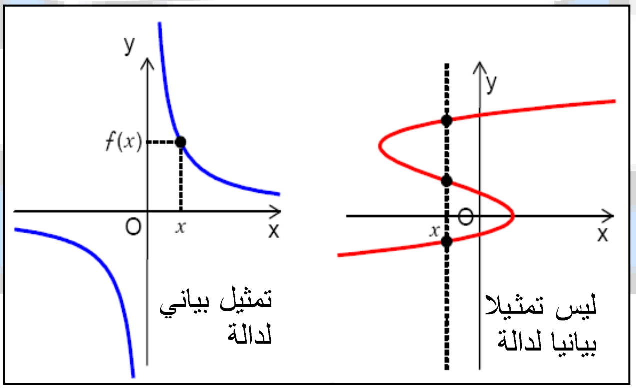
f دالة و D مجموعة تعريفها.

التمثيل البياني أو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ للمستوي، هو مجموعة النقط M(x,y) حيث: $x\in D$ و $y=f(x)$.

إذا رمزنا إلى منحنى الدالة f بالرمز (C_f) فإن $y=f(x)$ هي معادلة (C_f) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ملاحظات:

- إذا كان x و y عددان حقيقيان حيث $y=f(x)$، فإن: y هي الصورة الوحيدة لـ x بالدالة f، بينما x هي إحدى السوابق الممكنة لـ y بالدالة f.
- التمثيل البياني للدالة f له نقطة وحيدة فاصلتها x وهي النقطة M(x ;f(x)).
- إذا لم تذكر مجموعة تعريف دالة ما، فإن مجموعة تعريفها هي أكبر مجموعة يمكن لـ f(x) أن تتواجد فيها. فمثلا الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ معرفة على $\mathbb{R}^*$ أي $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.



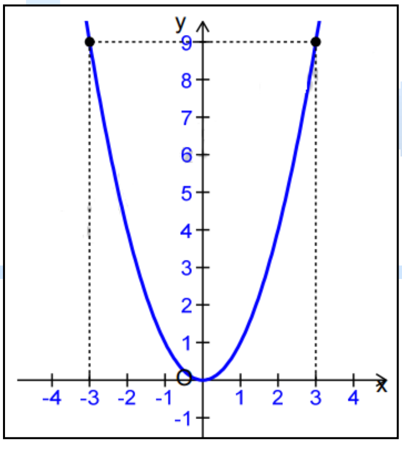
مثال:

لتكن الدالة f المعرفة كما يلي: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$x\to f(x)=x^2$

لدينا: $f(3)=3^2=9$ ومنه فإن: 9 هي الصورة الوحيدة للعدد 3 بالدالة f، و 3 هي سابقة للعدد 9 بالدالة f.

ولدينا أيضا: $f(-3)=(-3)^2=9$ ومنه فإن: (-3) هي سابقة أخرى للعدد 9 بالدالة f.

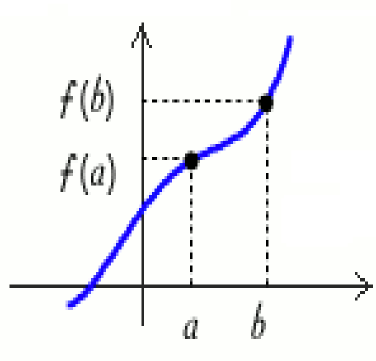


3. اتجاه تغير دالة على مجال:

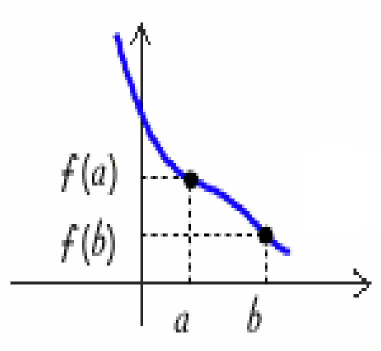
f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.

- ❖ f متزايدة تماما على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين a و b من I، إذا كان $a<b$ فإن: $f(a)<f(b)$.
- ❖ f متناقصة تماما على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين a و b من I، إذا كان $a<b$ فإن: $f(a)>f(b)$.
- ❖ f ثابتة على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين a و b من I، فإن: $f(a)=f(b)=c$.

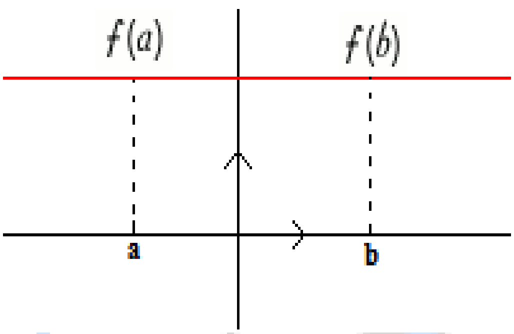
دالة متزايدة



دالة متناقصة



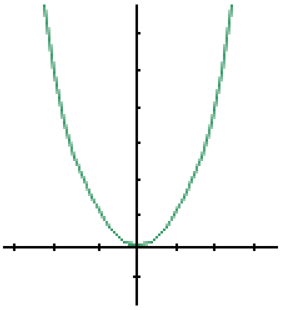
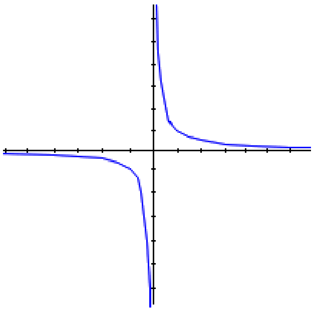
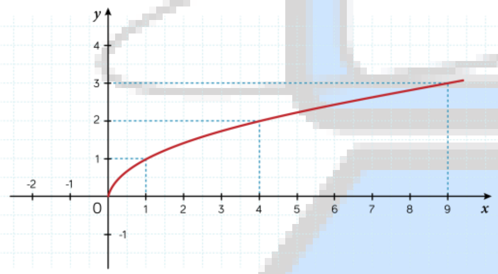
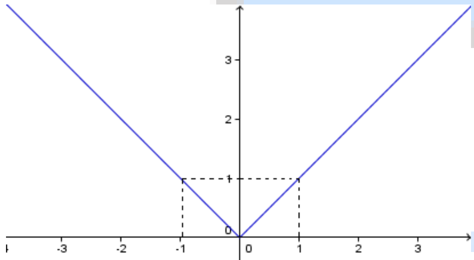
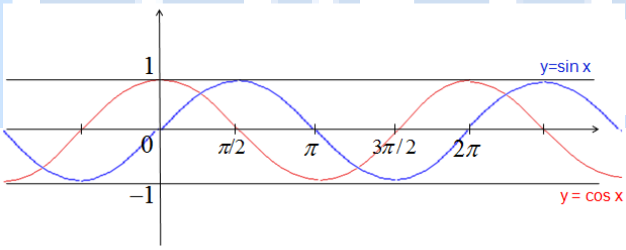
دالة ثابتة



ملاحظات:

- ❖ الدالة المتزايدة هي دالة تحافظ على الترتيب.
- ❖ الدالة المتناقصة هي دالة تعكس الترتيب.
- ❖ إذا كانت الدالة f إما متزايدة وإما متناقصة على المجال I، نقول أنها رتيبة على هذا المجال.

4. الدوال المرجعية:

الدالة	اتجاه التغير	التمثيل البياني
$D_f=\mathbb{R}$ $f:x\to x^2$	• f متناقصة تماما على $]-\infty,0]$ لأنه إذا كان: $a<b\le 0$ فإن: $a^2>b^2$. • f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ لأنه إذا كان: $0\le a<b$ فإن: $a^2<b^2$.	
$D_f=\mathbb{R}^*$ $f:x\to\frac{1}{x}$	• f متناقصة تماما على $]-\infty,0[$ لأنه إذا كان: $a<b<0$ فإن: $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$. • f متناقصة تماما على $]0,+\infty[$ لأنه إذا كان: $0<a<b$ فإن: $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.	
$D_f=\mathbb{R}^+$ $f:x\to\sqrt{x}$	• f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ لأنه إذا كان: $0\le a<b$ فإن: $\sqrt{a}<\sqrt{b}$.	
$D_f=\mathbb{R}$ $f:x\to\lvert x\rvert$	• f متناقصة تماما على $]-\infty,0]$ لأنه إذا كان: $a<b\le 0$ فإن: $\lvert a\rvert>\lvert b\rvert$. • f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ لأنه إذا كان: $0\le a<b$ فإن: $\lvert a\rvert<\lvert b\rvert$.	
$f:x\to\cos x$ $g:x\to\sin x$	الدالتان دوريتان ودورهما 2π .	

II. عمليات على الدوال:

1. تساوي دالتين:

القول عن دالتين f و g أنهما متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D وأنه من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا: $f(x)=g(x)$. ونكتب: $f=g$.

مثال:

لتكن الدالتين f و g حيث: $\boxed{\begin{array}{l} f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\to\sqrt{x^2}\end{array}}$ و $\boxed{\begin{array}{l} g:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\to|x|\end{array}}$.

للدالتين نفس مجموعة التعريف أي: $D_f=D_g=\mathbb{R}$، ومن أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f(x)=g(x)$. ومنه فإن الدالتين f و g متساويتان ونكتب: $f=g$.

تنبيه هام:

حذاري من الاختزالات في عبارات الدوال !

مثال:

لتكن الدالتين f و g حيث: $\boxed{\begin{array}{l} f:\mathbb{R}-\{3\}\to\mathbb{R} \\ x\to\dfrac{(x-3)(x^2+1)}{x-3}\end{array}}$ و $\boxed{\begin{array}{l} g:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\to x^2+1\end{array}}$.

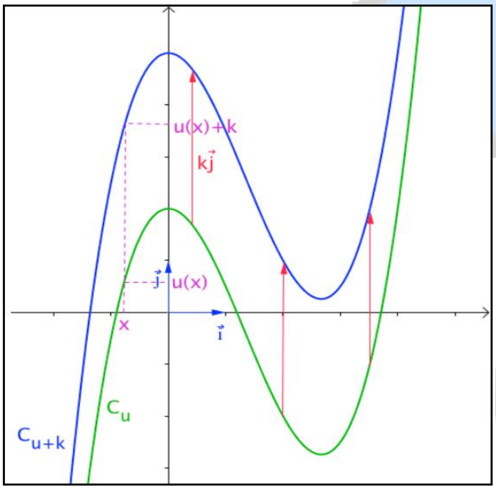
من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{3\}$، لدينا: $f(x)=\dfrac{(x-3)(x^2+1)}{x-3}=x^2+1=g(x)$ ومع هذا فإن $f\neq g$ لأن $D_f\neq D_g$

حيث أن: $\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{3\} \text{ و } D_g=\mathbb{R}}$.

2. العمليات الجبرية:

❖ **مجموعة دالة وعدد حقيقي:**

ليكن k عدد حقيقي و f دالة معرفة ورتيبة على المجال I.
الدالتان f و $f+k$ لهما نفس مجموعة التعريف ونفس اتجاه التغير. ونكتب: $(f+k)(x)=f(x)+k$.



ملاحظة:

في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ للمستوي، التمثيل البياني C_{f+k} للدالة $f(x)+k$ هو صورة التمثيل البياني C_f للدالة $f(x)$ بالانسحاب الذي شعاعه $k\vec{j}$.

أمثلة:

- لتكن u الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $u(x)=x^2$. ومنه فإن الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $x\to x^2+5$ هي الدالة $u+5$.
- لتكن v الدالة المعرفة على $[0,+\infty[$ بـ: $v(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}+x$. ومنه فإن الدالة $v-3$ معرفة على $[0,+\infty[$ بـ: $(v-3)(x)=v(x)-3=\dfrac{1}{\sqrt{x}}+x-3$.

- الدالة u رتيبة على المجالات: $[-1;4],[-2;-1],[-5;-2]$، ومنه فإن الدوال u وu+k لهما نفس اتجاه التغير على هذه المجالات.

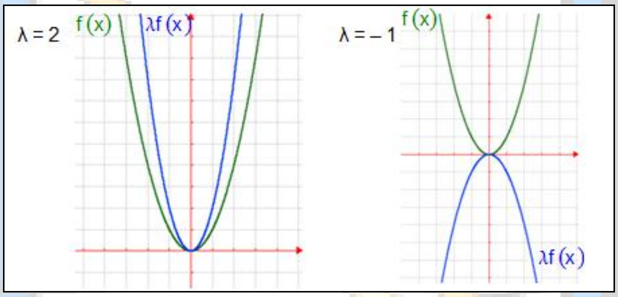
x	-5		-2		-1		4
$u+k$	k	↗	$1+k$	↘	$-2+k$	↗	$3+k$

x	-5		-2		-1		4
u	0	↗	1	↘	-2	↗	3

❖ جداء دالة بعدد حقيقي:

ليكن λ عدد حقيقي وf دالة معرفة ورتيبة على المجال I. الدالتان f و λf لهما نفس مجموعة التعريف ونكتب: $(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$.

- إذا كان $\lambda>0$ الدالتان f و λf لهما نفس اتجاه التغير.
- إذا كان $\lambda<0$ الدالة λf لها اتجاه تغير معاكس لاتجاه تغير الدالة f.



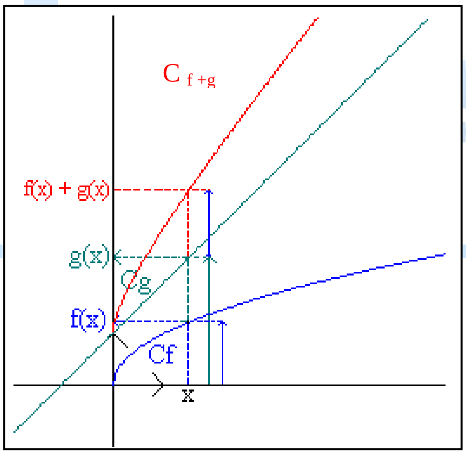
أمثلة:

- لتكن u الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $u(x)=x^3$. ومنه فإن الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $x\to 2x^3$ هي الدالة $2u$.
- لتكن v الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $v(x)=x+1$. ومنه فإن الدالة 3v معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $(3v)(x)=3v(x)=3(x+1)=3x+3$.

❖ مجموع دالتين:

لتكن f وg دالتين معرفتين على D_f و D_g على الترتيب و $D_f\cap D_g\neq\varnothing$ (تقاطع غير معدوم). الدالة $f+g$ معرفة على $D_f\cap D_g$ و: $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$.

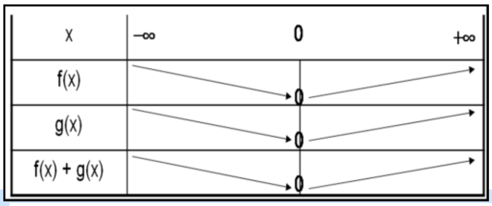
مثال لكيفية تعيين D_{f+g} :



$$f(x)=2x-6\Leftrightarrow D_f=\mathbb{R}$$
$$g(x)=\sqrt{x-3}\Leftrightarrow D_g=[3,+\infty[$$
$$x\in D_{f+g}\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}\ \ \&\ \ x\in[3,+\infty[$$
$$\boxed{D_{f+g}=D_f\cap D_g=[3,+\infty[}$$

خصائص اتجاه تغير الدالة $f+g$:

- مجموع دالتين متزايدتين (متزايدتين تماما) على مجال I هو دالة متزايدة (متزايدة تماما) على هذا المجال.
- مجموع دالتين متناقصتين (متناقصتين تماما) على مجال I هو دالة متناقصة (متناقصة تماما) على هذا المجال.



أمثلة:

لتكن f و g دالتين معرفتين بـ: $f(x)=x^2$ و $g(x)=|x|$.

الدالتان f و g متناقصتان تماما على $]-\infty,0]$ ومتزايدتان تماما على $[0,+\infty[$. ومنه فإن الدالة $f+g$ متناقصة تماما على $]-\infty,0]$ ومتزايدة تماما على $[0,+\infty[$. و $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=x^2+|x|$.

ملاحظة هامة:

إذا كانت f و g دالتين ليس لهما نفس اتجاه التغير في مجال معين، فلا يمكن إعطاء تخمين عام حول اتجاه تغير الدالة $f+g$.

❖ **جداء دالتين:**

لتكن f و g دالتين معرفة على D_f و D_g على الترتيب حيث $D_f\cap D_g\neq\varnothing$ (تقاطع غير معدوم). الدالة $f\times g$ معرفة على $D_f\cap D_g$ و: $(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$.

أمثلة لكيفية تعيين $D_{f\times g}$:

❖ $f(x)=\sqrt{x}\Leftrightarrow D_f=\mathbb{R}^+=[0,+\infty[$

$g(x)=\sqrt{3-x}\Leftrightarrow D_g=]-\infty,3]$

$x\in D_{f\times g}\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}^+ \ \& \ x\in]-\infty,3]$

$\boxed{D_{f\times g}=D_f\cap D_g=[0,3]}$

❖ $f(x)=\sqrt{x}\Leftrightarrow D_f=\mathbb{R}^+=[0,+\infty[$

$g(x)=\sqrt{x-4}\Leftrightarrow D_g=[4,+\infty[$

$x\in D_{f\times g}\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}^+ \ \& \ x\in[4,+\infty[$

$\boxed{D_{f\times g}=D_f\cap D_g=[4,+\infty[}$

ملاحظة: في هذه الحالة حتى لو كان:

$$f(x)g(x)=\sqrt{x}\times\sqrt{x-4}=\sqrt{x(x-4)}$$

و: $x(x-4)\geq 0\Leftrightarrow x\in]-\infty,0]\cup[4,+\infty[$

فإن: $D_{f\times g}\neq]-\infty,0]\cup[4,+\infty[$

لأن $D_{f\times g}=D_f\cap D_g=[4,+\infty[$

❖ $s(x)=\dfrac{1}{x^2-1} \Leftrightarrow D_s=\mathbb{R}-\{-1;1\}$

$t(x)=x^2-x \Leftrightarrow D_t=\mathbb{R}$

$x\in D_{s\times t} \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}-\{-1;1\} \ \ \& \ \ x\in\mathbb{R}$

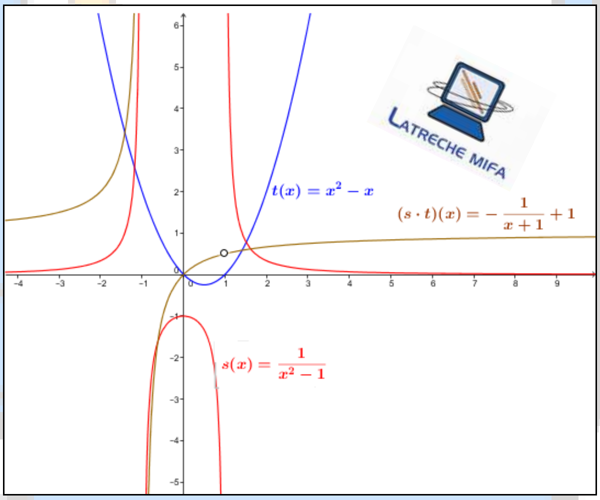
$\boxed{D_{s\times t}=D_s\cap D_t=\mathbb{R}-\{-1;1\}}$

$$(s\times t)(x)=s(x)\times t(x)=\frac{1}{x^2-1}\times(x^2-x)$$

$$=\frac{1}{(x-1)(x+1)}\times x(x-1)$$

$$=\frac{x}{(x+1)}=-\frac{1}{x+1}+1$$

نتحصل على التمثيل البياني التالي: (مع مراعاة عدم نسيان اظهار أن 1 لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة $s\times t$).



<u>خصائص اتجاه تغير الدالة</u> $f\times g$:

- إذا كانت f وg موجبتين ومتزايدتين (متزايدتين تماما) على المجال I فإن $f\times g$ موجبة ومتزايدة (متزايدة تماما) على هذا المجال.
- إذا كانت f وg موجبتين ومتناقصتين (متناقصتين تماما) على المجال I فإن $f\times g$ موجبة ومتناقصة (متناقصة تماما) على هذا المجال.
- إذا كانت f وg سالبتين ومتزايدتين (متزايدتين تماما) على المجال I فإن $f\times g$ موجبة ومتناقصة (متناقصة تماما) على هذا المجال.
- إذا كانت f وg سالبتين ومتناقصتين (متناقصتين تماما) على المجال I فإن $f\times g$ موجبة ومتزايدة (متزايدة تماما) على هذا المجال.
- في الحالات الأخرى يجب دراسة كل حالة على حدة.

حاصل قسمة دالتين:

لتكن f و g دالتين معرفة على D_f و D_g على الترتيب حيث $D_f \cap D_g \neq \varnothing$ (تقاطع غير معدوم). الدالة f/g معرفة على $D_f \cap D_g$ حيث $g(x) \neq 0$ و: $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

أمثلة لكيفية تعيين $D_{f/g}$:

❖ $f(x) = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow D_f = [1;+\infty[$

$g(x) = \sqrt{3-x} \Leftrightarrow D_g =]-\infty;3]$

$x \in D_{f/g} \Leftrightarrow x \in [1;+\infty[\ \& \ x \in]-\infty;3] \ \& \ g(x) \neq 0$

$\Leftrightarrow x \in [1;3] \ \& \ \sqrt{3-x} \neq 0 \Leftrightarrow x \in [1;3[$

$\boxed{D_{f/g} = [1;3[}$

❖ $f(x) = 2x-6 \Leftrightarrow D_f = \mathbb{R}$

$g(x) = \frac{x-5}{x+2} \Leftrightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$

$x \in D_{f/g} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \ \& \ x \in \mathbb{R} - \{-2\} \ \& \ g(x) \neq 0$

$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} - \{-2\} \ \& \ \frac{x-5}{x+2} \neq 0$

$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} - \{-2\} \ \& \ x \neq 5$

$\boxed{D_{f/g} = \mathbb{R} - \{-2;5\}}$

❖ $f(x) = 2x-6 \Leftrightarrow D_f = \mathbb{R}$

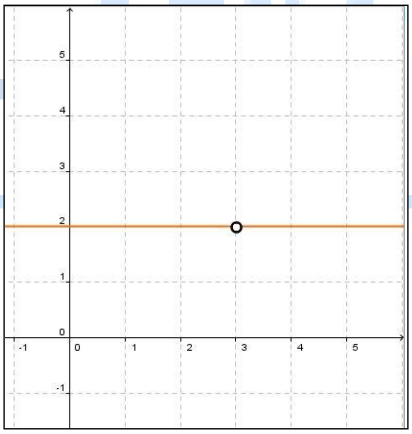
$g(x) = x-3 \Leftrightarrow D_g = \mathbb{R}$

$x \in D_{f/g} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \ \& \ x \in \mathbb{R} \ \& \ g(x) \neq 0$

$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \ \& \ x-3 \neq 0$

$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \ \& \ x \neq 3$

$\boxed{D_{f/g} = \mathbb{R} - \{3\}}$



ملاحظة: في هذه الحالة نلاحظ أن: $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x-6}{x-3} = \frac{2(x-3)}{x-3} = 2$

ولكن حتى بعد الاختزال فإن: $D_{f/g} = \mathbb{R} - \{3\}$.

انتباه: من المهم جدا عدم نسيان اظهار أن 3 لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f/g .

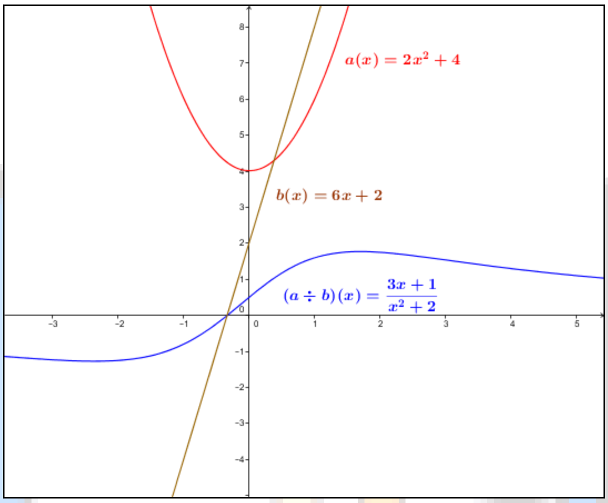
❖ $a(x)=6x+2 \Leftrightarrow D_a=\mathbb{R}$

$b(x)=2x^2+4 \Leftrightarrow D_b=\mathbb{R}$

$x \in D_{a/b} \Leftrightarrow x\in\mathbb{R} \ \& \ x\in\mathbb{R} \ \& \ b(x)\neq 0$

ولدينا: $\frac{a(x)}{b(x)}=\frac{6x+2}{2x^2+4}=\frac{3x+1}{x^2+2} \ \& \ \forall x\in\mathbb{R}, x^2+2>0$

$\boxed{D_{a/b}=\mathbb{R}}$



3. تركيب الدوال:

لتكن f و g دالتين معرفة على D_f و D_g على الترتيب.
مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة التي نرمز إليها بالرمز $g\circ f$ والمعرفة على $D_{g\circ f}=\{x / x\in D_f \ \& \ f(x)\in D_g\}$ بـ: $(g\circ f)(x)=g[f(x)]$.

أمثلة لكيفية تعيين $D_{g\circ f}$:

❖ لتكن الدالتان: $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=x^2-4$

$f(x)=\sqrt{x} \Leftrightarrow D_f=[0;+\infty[$ و $g(x)=x^2-4 \Leftrightarrow D_g=\mathbb{R}$

- تعيين $D_{g\circ f}$:

$x\in D_{g\circ f} \Leftrightarrow x\in D_f \ \& \ f(x)\in D_g$

$\Leftrightarrow x\in[0;+\infty[\ \& \ f(x)\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x\in[0;+\infty[\ \& \ \sqrt{x}\in\mathbb{R}$

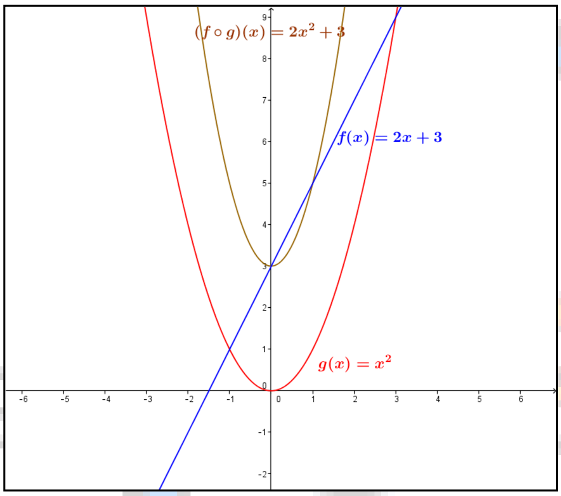
$\boxed{D_{g\circ f}=[0;+\infty[}$

- تعيين $D_{f\circ g}$:

$$x\in D_{f\circ g} \Leftrightarrow x\in D_g \ \ \& \ \ g(x)\in D_f$$
$$\Leftrightarrow x\in\mathbb{R} \ \& \ g(x)\in[0;+\infty[$$
$$\Leftrightarrow x\in\mathbb{R} \ \& \ x^2-4\in[0;+\infty[$$
$$\Leftrightarrow x\in\mathbb{R} \ \& \ x^2-4\geq 0$$
$$\Leftrightarrow x\in\mathbb{R} \ \& \ x\in]-\infty;-2[\cup[2;+\infty[$$
$$\boxed{D_{f\circ g}=]-\infty;-2[\cup[2;+\infty[}$$

❖ لتكن الدالتان: $f(x)=2x+3$ و $g(x)=x^2$

$f(x)=2x+3\Leftrightarrow D_f=\mathbb{R}$ و $g(x)=x^2\Leftrightarrow D_g=\mathbb{R}$

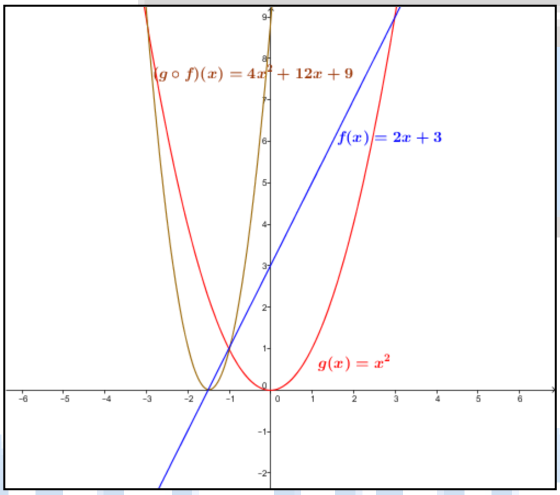


- تعيين $D_{f\circ g}$:

$$x\in D_{f\circ g} \Leftrightarrow x\in D_g \ \ \& \ \ g(x)\in D_f$$
$$\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$$
$$\boxed{D_{f\circ g}=\mathbb{R}}$$

- حساب $(f\circ g)(x)$:

$$(f\circ g)(x)=f\left(g(x)\right)$$
$$=f(x^2)$$
$$=2x^2+3$$
$$\boxed{(f\circ g)(x)=2x^2+3}$$



- تعيين $D_{g\circ f}$:

$$x\in D_{g\circ f} \Leftrightarrow x\in D_f \ \ \& \ \ f(x)\in D_g$$
$$\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$$
$$\boxed{D_{g\circ f}=\mathbb{R}}$$

- حساب $(g\circ f)(x)$:

$$(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)$$
$$=g(2x+3)$$
$$=\left(2x+3\right)^2$$
$$=4x^2+12x+9$$
$$\boxed{(g\circ f)(x)=4x^2+12x+9}$$

خصائص اتجاه تغير الدالة $g\circ f$:

لتكن f و g دالتين معرفتين على I و J على الترتيب. f دالة رتيبة على المجال I، و $f(x)\in J$ و g دالة رتيبة على المجال J.

- إذا كانت f متزايدة (متزايدة تماما) على المجال I و g متزايدة (متزايدة تماما) على المجال J، فإن $g\circ f$ متزايدة (متزايدة تماما) على المجال I.
- إذا كانت f متناقصة (متناقصة تماما) على المجال I و g متناقصة (متناقصة تماما) على المجال J، فإن $g\circ f$ متزايدة (متزايدة تماما) على المجال I.
- إذا كانت f متناقصة (متناقصة تماما) على المجال I و g متزايدة (متزايدة تماما) على المجال J، فإن $g\circ f$ متناقصة (متناقصة تماما) على المجال I.
- إذا كانت f متزايدة (متزايدة تماما) على المجال I و g متناقصة (متناقصة تماما) على المجال J، فإن $g\circ f$ متناقصة (متناقصة تماما) على المجال I.

ويمكن تلخيص خصائص اتجاه تغير الدالة $g\circ f$ في الجدول التالي: (الذي يشبه قاعدة إشارة جداء).

g	f	g o f
↗	↗	↗
↘	↗	↘
↗	↘	↘
↘	↘	↗

تمّ بحمد الله وتوفيقه