تمارين درس الدوال كثيرات الحدود

التمرين 1:

1) برهن أن الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=2(x-2)^2(x+3)$ هي كثير حدود.

2) برهن أن الدالة g المعرفة بـ: $g(x)=\frac{x^4-1}{x^2+1}$ هي كثير حدود.

3) برهن أن الدالة h المعرفة بـ: $h(x)=\frac{x^4-1}{x^2-1}$ ليست كثير حدود.

التمرين 2:

أذكر، مع التعليل، إن كانت الدوال التالية كثيرات حدود:

$f: x \to -3x^4+5x^2-2$ ، $g: x \to \frac{-3x^4+5x^2-2}{3x}$

$h: x \to \sqrt{-3x^4+5x^2-2}$ ، $k: x \to \left|-3x^4+5x^2-2\right|$

التمرين 3:

ماهي قيمة α التي تكون من أجلها الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\alpha x^2+5x-1$ قابلة للقسمة على الدالة g المعرفة بـ: $g(x)=2x-3$.

التمرين 4:

حدد، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، درجة كثير الحدود f المعرف بـ:

$f(x)=(m^2-m)x^4+(2m-2)x^3+mx^2+(m-3)x+5$.

التمرين 5:

أوجد دالة كثير حدود f من الدرجة 3 حيث: $f(x)-f(x-1)=x^2$.

التمرين 6:

بدون إجراء العمليات، أذكر درجة والعامل المستقل للنتيجة في كل حالة:

- ❖ $(6x^2-2x^4-17+x)(2x^2-x+2)$.
- ❖ $(2x-3)-(5x+2)$.
- ❖ $(7x^3-2x^2-3)^3$.

التمرين 7:

إليك كثيرات الحدود التالية:

$$P(x)=3x^5-2x^4+x^2+6$$
$$Q(x)=2x^5-3x(x+2)-4$$
$$R(x)=4x^3-2x^4+2x+3$$

1) أحسب: $(Q+R)-P$.

2) ما هو كثير الحدود الواجب إضافته إلى P للحصول على Q؟

3) ما هو كثير الحدود الواجب إنقاصه من Q للحصول على R؟

4) باستعمال طريقة هورنر، أقسم P على $(x-3)$.

5) باستعمال القسمة الإقليدية، أقسم R على x^2-x+1.

التمرين 8:

أحسب ما يلي مع ترتيب الإجابة:

1) $-4x(7x-4)(3+5x^2)$.

2) $-2x(5x+4)-(9x^2+7x-12)$.

3) $(3x-5)(2x+3)-(4x-1)(x+3)$.

التمرين 9:

أحسب ما يلي، باستعمال الجداءات الشهيرة إن أمكن، مع ترتيب الإجابة:

1) $(2x^2-x)^2-(-3x+2x^2)^2$.

2) $(-4x^3-2x^2)^2$.

3) $(2x-x^2)(x^2-2x)-(3x^2-x)^2$.

4) $(5x+1)(25x^2+1)(5x-1)$.

5) $(3x-4)^3$.

التمرين 10:

أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ:

1) باستعمال طريقة هورنر، باقي قسمة كثير الحدود $3x^2-2x+5$ على $x-2$ هو 0.

2) في كثير الحدود $x^2+1-6x+7$، مجموع جذريه هو -6، وجداؤهما هو 7.

3) مجموعة حلول المعادلة $5x(x-3)(x+1)=0$ هي: $S=\{-5;-1;3\}$.

التمرين 11:

1) باستعمال طريقة هورنر، حلل كثير الحدود $2x^3-7x^2+8x-4$.
2) باستعمال مجموع وجداء جذري كثير الحدود، حلل x^2+x-12.
3) باستعمال الجداءات الشهيرة، حلل: $16x^3+36x+48x^2$ و $4x^2(x-3)+16(3-x)$.

التمرين 12:

حلل ما يلي إلى أبعد قدر ممكن:

1) $3x^3-30x^2+72x$.
2) $(4x^2-1)^2-(3x^2+3)^2$.
3) $162x^6-144x^4+32x^2$.
4) $4x^3-8x^2+5x-1$.

التمرين 13:

باستعمال القسمة الإقليدية أحسب حاصل قسمة $A(x)$ على $B(x)$ في الحالات التالية:

1) $A(x)=x^3+2x-3$ و $B(x)=x-1$.
2) $A(x)=x^3-1$ و $B(x)=x+1$.
3) $A(x)=3x^2+2x-5$ و $B(x)=x-1$.

التمرين 14:

ليكن كثير الحدود P المعرف بـ: $P(x)=x^4-5x^3+13x^2-19x+10$.

1) أحسب: $P(1)$ ثم $P(2)$.
2) استنتج تحليلا لـ $P(x)$.

التمرين 15:

1) ليكن كثير الحدود P المعرف بـ: $P(x)=2x^3-3x^2+1$. أحسب: $P(1)$ ثم استنتج تحليلا لـ $P(x)$.
2) نفس السؤال بالنسبة لكثير الحدود Q المعرف بـ: $Q(x)=x^4+2x^2-8x+5$.

التمرين 16:

أثبت أن كثير الحدود P المعرف بـ: $P(x)=2x^3+11x^2+18x+14$ قابل للقسمة على $2x+7$.
استنتج تحليلا لـ $P(x)$.

التمرين 17:

ليكن كثير الحدود P المعرف بـ: $P(x)=12x^5+23x^4-135x^3-135x^2+23x+12$.
أحسب $P(-1)$، $P(3)$، $P(-4)$. ثم استنتج تحليلا لـ $P(x)$.

التمرين 18:

ليكن كثير الحدود P المعرف بـ: $P(x)=6x^6+35x^5+56x^4-56x^2-35x-6$.
1) أثبت أن 1 هو جذر لـ $P(x)$.
2) باستعمال القسمة الإقليدية أو طريقة هورنر، استنتج تحليلا لـ $P(x)$.

التمرين 19:

1) أثبت أن العبارات التالية: $2x^2+4x-30$، $2\left[(x+1)^2-16\right]$ و $2(x-3)(x+5)$ تمثل نفس ثلاثي الحدود f. ثم أحسب: $f(0);f(3);f(-5);f(-1);f(-2)$.
2) أثبت أن العبارتين x^2+4x+5 و $(x+2)^2+1$ تمثلان نفس ثلاثي الحدود g.
❖ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $g(x)>0$.
❖ هل من الممكن إيجاد تحليل لـ g.

التمرين 20:

من بين الكتابات التالية، أذكر تلك التي تمثل الشكل النموذجي لثلاثي حدود:

1) $2x^2+3x-1$ 2) $3(x-1)^2+4$ 3) $(x+7)(2x-5)$
4) $-(x+3)^2-7$ 5) $-4(x-9)^2$ 6) $2x^2-5$

التمرين 21:

أذكر الشكل النموذجي لما يلي:

1) $2x^2+7x+3$ 2) $3x^2-10x-8$ 3) $-x^2+4x-5$

التمرين 22:

أذكر الشكل النموذجي لما يلي ثم حلل إن أمكن:

1) $x^2+5x-14$ 2) $-3x^2+3x+36$ 3) $2x^2+4x+7$

التمرين 23:

ليكن كثير الحدود g الذي شكله النموذجي: $g(x)=3\left[(x-1)^2-9\right]$.

2) أنشر $g(x)$ ثم حلله.

3) أحسب $g(0)\ ;\ g(1)\ ;\ g(4)\ ;\ g\left(\sqrt{2}\right)$.

4) حل المعادلة $g(x)=0$.

التمرين 24:

برهن أن $1-\sqrt{2}$ هو جذر لكثير الحدود $-x^2+2x+1$.

التمرين 25:

أوجد ثلاثي حدود يكون 1 و -3 جذراه.

التمرين 26:

أجب بصحيح أو خطأ، مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1) ليكن كثير الحدود f المعرف بـ: $f(x)=2x^2-8x-4$.

$2\left[(x-2)^2-6\right]$ هو الشكل النموذجي لـ f	-1 هو جذر لـ f	1 هو جذر لـ f

2) ليكن كثير الحدود g المعرف بـ: $g(x)=2(x-3)(x+2)$.

$4x^2-4x-24$ هو نشر لـ g	$g(4)=12$	2 هو جذر لـ g

التمرين 27:

ليكن كثير الحدود f المعرف بـ: $f(x)=x^3+x^2-7x+5$.

1) أحسب $f(1)$.

2) برهن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=(x-1)\left(ax^2+bx+c\right)$ حيث: c, b, a أعداد حقيقية يجب إيجادها.

التمرين 28:

ليكن كثير الحدود f المعرف بـ: $f(x)=2x^3+8x^2-16x-64$.

1) برهن أن f له جذر ظاهر α.

2) برهن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=(x-\alpha)(ax^2+bx+c)$ حيث: c, b, a أعداد حقيقية يجب إيجادها.

3) استنتج كل جذور f .

التمرين 29:

1) أوجد العددين الحقيقيين α و β حيث: $x^2-4x+2=(x-\alpha)^2+\beta$.

2) استنتج تحليلا لـ x^2-4x+2 ، ثم حل المعادلة $x^2-4x+2=0$.

3) أوجد العددين الحقيقيين α و β حيث: $x^2-4x+5=(x-\alpha)^2+\beta$. ما الذي يمكن استنتاجه بالنسبة للمعادلة $x^2-4x+5=0$.

التمرين 30:

1) ما هو الشكل النموذجي لـ $2x^2-4x+8$. استنتج أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $2x^2-4x+8>0$.

2) نفس السؤال بالنسبة لـ $3x^2+x+1$.

التمرين 31:

شكّل جدول إشارة ثلاثي الحدود في كل حالة من الحالات التالية:

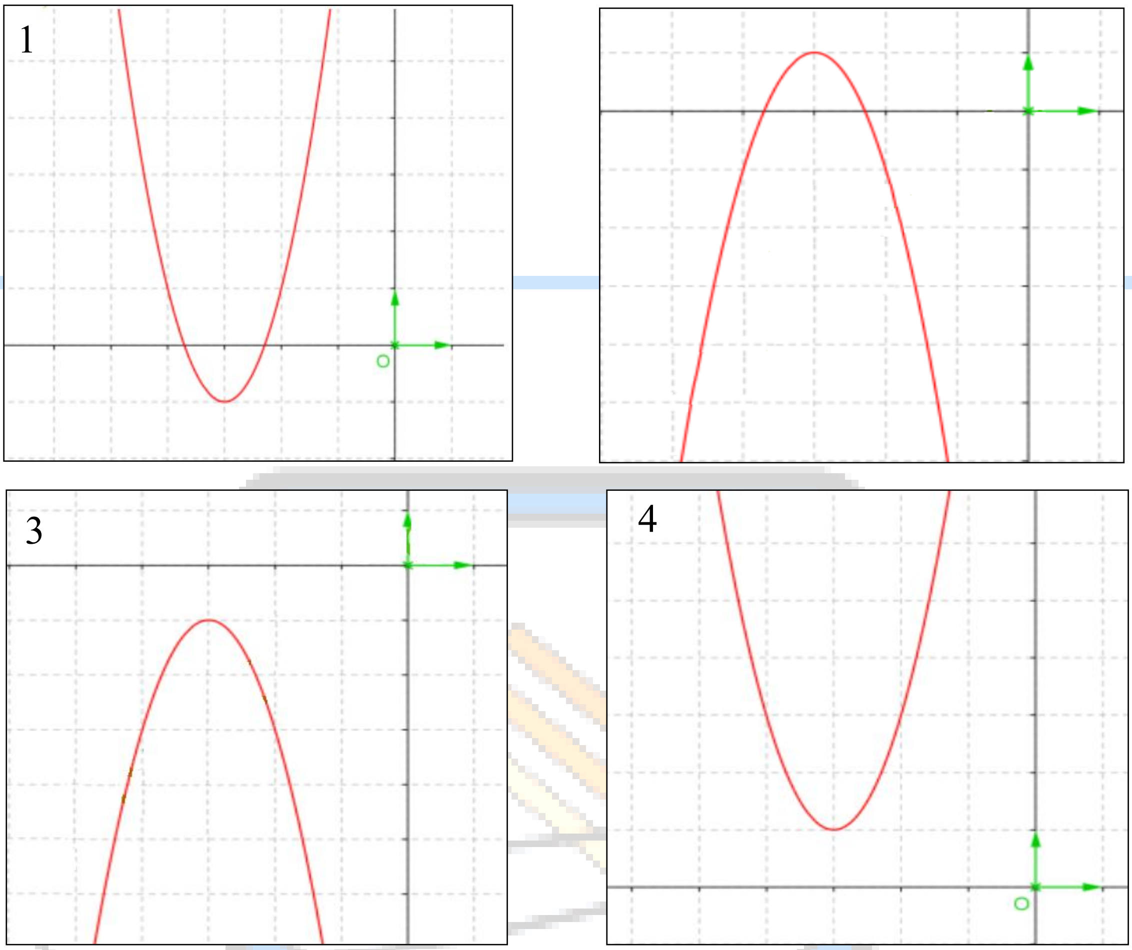
1) $3x^2-4x+5$ 2) $2x^2-5x+2$ 3) $-4x^2+4x-1$

التمرين 32:

بدون إجراء حساب، أذكر التمثيل البياني لكل ثلاثي حدود مما يلي:

1) $f_1 : x\to -2(x+3)^2-1$ 2) $f_2 : x\to -2(x+3)^2+1$

3) $f_3 : x\to 2(x+3)^2-1$ 4) $f_4 : x\to 2(x+3)^2+1$



التمرين 33:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2(x-3)^2+4$.

1) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2) حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x.

3) بدون إجراء حسابات قارن بين:

- ❖ $f(-2)\ \&\ f(6)$
- ❖ $f(4)\ \&\ f(5)$
- ❖ $f(-1)\ \&\ f(2)$

4) ليكن λ عدد حقيقي من المجال $]-\infty;3]$. قارن بين $f(\lambda)$ و $f(\lambda-1)$.

التمرين 34:

بعد ذكر الشكل النموذجي للدالة f، شكّل جدول تغيراتها، ثم حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x في كل حالة من الحالات التالية:

- ❖ $-2x^2-x+3$
- ❖ $3x^2-6x+7$
- ❖ $2x^2+7x+5$
- ❖ $2x^2-4x-5$
- ❖ $-5x^2+4x-3$
- ❖ x^2-2x-8

التمرين 35:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3x^2+6x-2$.

1) ارسم، مع التعليل، التمثيل البياني للدالة f.

2) حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$.

التمرين 36:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x^2+3x-5$.

1) ارسم، مع التعليل، التمثيل البياني للدالة f.

2) حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$.

3) حل بيانيا المتراجحة $f(x)\leq 0$.

التمرين 37:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-2x^2+4x+3$.

1) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2) ارسم، مع التعليل، التمثيل البياني للدالة f.

التمرين 38:

لتكن الدالتان f و g المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x^2+4x-5$ و $g(x)=2-x$.

1) ارسم، مع التعليل، التمثيلين البيانيين للدالتين f و g .

2) حل بيانيا المتراجحات التالية: $f(x)>0$ ، $f(x)\leq -2$ و $f(x)\leq g(x)$.

التمرين 39:

لتكن الدالتان f و g المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+3x-5$ و $g(x)=-x^2+x+2$.

1) ارسم، مع التعليل، التمثيلين البيانيين للدالتين f و g .

2) حل بيانيا المتراجحة التالية: $f(x)\leq g(x)$.

التمرين 40:

الشكل الموالي يمثل f و g وهما كثيرا حدود من الدرجة الثانية.

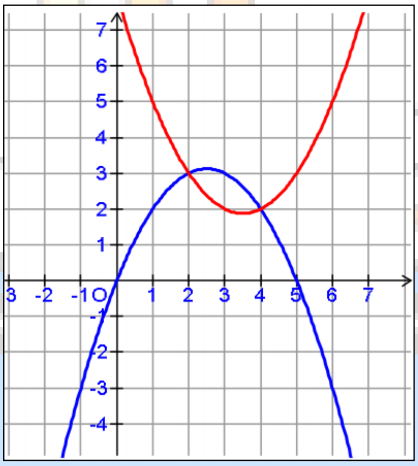
1) عيّن التمثيل البياني لكل من f و g علما أن العامل a في f سالب، وأن العامل a في g موجب.

2) أوجد عبارة $f(x)$ علما أن 0 و 5 جذران لـ f ، وأن $f(1)=2$.

3) أوجد عبارة $g(x)$ علما أن g له قيمة حدية صغرى عند $\frac{7}{2}$ وأن f و g يتقاطعان في النقطتين $A(2;3)$ و $B(4;2)$.

4) ارسم التمثيلين البيانيين للدالتين f و g انطلاقا من العبارتين المتحصل عليهما وقارنهما مع الشكل.

5) أحسب القيمة الحدية لـ f ثم القيمة الحدية لـ g .



تمّ بحمد الله وتوفيقه